

**مبحث: ضرب دکارتی و رابطه**

نام دبیر: سامان اسپهرم  
نام آموزشگاه:  
نام دوره:

شماره جلسه: ۳  
نام درس و مقطع و رشته:  
تاریخ جلسه:

فودتان مل کنيد (در منزل يا کار در کلاس)						من در کلاس مل می کنم						نام کتاب
												کتاب درسی
												کتاب آبی
												کتاب نوروز

ضرب دکارتی: ضرب دکارتی دو مجموعه  $A, B$  که آن را با نماد  $A \times B$  نشان می دهیم، مجموعه ای است از زوج مرتب هایی که مختص اول از  $A$  و مختص دوم از  $B$  باشد.

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$$

خاصیت ها:

ضرب دکارتی روی اجتماع، اشتراک، تفاضل، و تفاضلمتقارن دو مجموعه از چپ و راست توزیع پذیر است

تهی در ضرب دکارتی مانند صفر است در ضرب معمولی

اگر  $A, B$  دو مجموعه باشند، تعداد اعضای حاصل ضرب دکارتی آن ها برابر است با:

$$|A \times B| = |A| \times |B|$$

تست: اگر  $A, B, C$  سه مجموعه غیر تهی باشند، از کدام تساوی الزاما  $A=B$  نتیجه میشود؟

$$A \times C = B \times C \quad (۱)$$

$$A \cap C = B \cap C \quad (۲)$$

$$A \cup C = B \cup C \quad (۳)$$

$$A \times (B - C) = (A - C) \times B \quad (۴)$$

پاسخ: مجموعه نا تهی را می توان از طرفین ضرب دکارتی حذف کرد گزینه ۱

اشتراک دو ضرب دکارتی

برای محاسبه اشتراک  $A \times B$  و  $C \times D$  دامنه ها را اشتراک گرفته و برد ها را نیز با هم، سپس در هم ضرب میکنیم

اگر  $A, B, C, D$  چهار مجموعه نا تهی باشد آن گاه:

$$A \times B = C \times D \rightarrow A = C \text{ دامنه با دامنه } || B = D \text{ برد با برد}$$

$$(A \times B) \subset (C \times D) \rightarrow A \subset C \text{ دامنه با دامنه } || B \subset D \text{ برد با برد}$$

رابطه: اگر  $A, B$  یک رابطه از  $A$  به  $B$  زیر مجموعه ای از  $A \times B$  است

در مسائلی که تعداد نقاط صحیح را در رابطه می خواهد، ابتدا سعی می کنیم اگر رابطه از دو قسمت تشکیل شده بود آن دو

قسمت را به هم مربوط کنیم، سپس یکی از متغیرها را در صورت امکان کنار بگذاریم و با حل نا معادله یک متغیره، یکی را پیدا

کنیم و با جایگذاری در رابطه تمام نقاط را پیدا کنیم.

### خواص رابطه

- بازتابی: رابطه  $R$  روی مجموعه  $A$  بازتابی است، هر گاه به ازای هر  $x$  متعلق به مجموعه  $A$  داشته باشیم  $(x, x) \in R$
- تقارن: رابطه  $R$  روی مجموعه  $A$  متقارن است هر گاه  $(x, y) \in R$  بود آنگاه  $(y, x) \in R$

به عبارت دیگر رابطه  $R$  متقارن رابطه ای است که وارون خودش با خودش برابر باشد و اگر جای مختص اول و دوم تمام زوج مرتب ها را عوض کنیم، رابطه تغییر نکند.

- پاد متقارن: رابطه  $R$  روی مجموعه  $A$  پاد متقارن است هر گاه  $(x, y) \in R$  بود آنگاه  $(y, x) \in R$ ، آن گاه  $x = y$
  - تراییبی: رابطه  $R$  روی مجموعه  $A$  دارای خاصیت تعدی است هر گاه:
- $$(a, b) \in R, (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$$

### هم ارزی در زبان فارسی

- تعریف: رابطه هم ارزی به رابطه ای گفته می شود که خاصیت بازتابی و تقارنی و تعدی را همزمان داشته باشد
- تشخیص: اگر رابطه ای به شکل توصیفی با جمله فارسی بیان شده باشد، کلمه کلیدی (با هم) را در جمله قرار دهید، اگر معنی دار نبود رابطه هم ارزی نیست.
- تست: کدام رابطه هم ارزی نیست؟

(۱) بخش پذیری بر روی اعداد حقیقی

(۲) هم باقی مانده بودن در تقسیم دو عدد صحیح بر ۷

(۳) تشابه دو شکل هندسی

(۴) هم مساحت بودن دو شکل هندسی

- در رابطه هایی که به صورت معادله داده می شوند مثلاً « $(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow$  یک تساوی» کافی است  $a, b$  را به یک طرف تساوی و  $c, d$  را به طرف دیگر ببریم در صورتی که دو چیز شبیه به هم حاصل شد هم ارزی است.