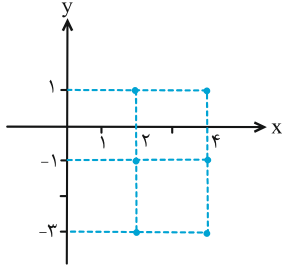


آزمون ۱ نیم‌سال اول

ردیف	سؤالات	نمره
۱	ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) $2+4 > 5$ ب) $\emptyset \subset \mathbb{R}$ پ) عدد $3^9 + 8$ عددی اول است. ت) $(2 < -3) \wedge (4+7=8)$	۱
۲	با استفاده از جدول ارزش درستی $p \vee (q \wedge p) \equiv p$ را نشان دهید.	۱
۳	ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید، سپس نقیض هر یک را بنویسید. الف) $\forall x \in (0, +\infty) ; x + \frac{1}{x} > 2$ ب) $\exists y \in (-\infty, 0) ; 2y^2 + 3y - 2 = 0$	۱
۴	اگر $A = \{3, 3x+y, 1\}$ ، $B = \{4, 1, x+y\}$ و $A = B$ باشد، در این صورت y, x را بیابید.	۰/۵
۵	مجموع تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی و یک مجموعه $n+2$ عضوی برابر با 16^0 است. n را بیابید.	۱
۶	برای دو مجموعه A و B ثابت کنید: $A - B \subseteq A$	۱
۷	تمام افزای‌های مجموعه $A = \{a, b, c\}$ را بنویسید.	۱
۸	درستی هر یک از تساوی‌های زیر را بررسی کنید. الف) $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$ ب) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$	۲
۹	با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید، اگر $A \subseteq B$ آن‌گاه $A' \subseteq B'$.	۱
۱۰	ثابت کنید برای دو مجموعه ناتهی A و B اگر $A \times B = B \times A$ آن‌گاه $A = B$ خواهد بود.	۱/۵
۱۱	اگر $A = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}, n < 3\}$ و $B = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{Z}, k \leq 1\}$ دو مجموعه باشند، آن‌گاه مجموعه‌های A و B را با نوشتن اعضا مشخص کنید و سپس اعضای $A \times B$ را بنویسید و نمودارش را رسم کنید.	۲
۱۲	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S و $P(A \cup B) = \frac{7}{8}$ ، $P(A') = \frac{3}{4}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ باشد، مطلوب است محاسبه: الف) $P(B)$ ب) $P(A \cap B')$	۱/۵
۱۳	ثابت کنید برای دو پیشامد دلخواه A و B ، اگر $B \subseteq A$ ، آن‌گاه $P(B) \leq P(A)$.	۱
۱۴	در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد، متناسب با مربع همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد مشاهده شده اول باشد چقدر است؟	۱/۵
۱۵	دو تاس را پرتاب کرده‌ایم. اگر در هر دو تاس عددی اول ظاهر شود، احتمال اینکه مجموع دو تاس زوج باشد را بیابید.	۱/۵
۱۶	اگر یک روز ساحل جزیره هرمز آرام باشد، فردای آن روز به احتمال ۸۰ درصد، ساحل آرام خواهد بود و به احتمال ۲۰ درصد طوفانی خواهد بود. اگر طوفانی باشد، فردای آن روز به احتمال ۶۰ درصد، ساحل آرام خواهد بود و به احتمال ۴۰ درصد طوفانی خواهد بود. اگر امروز ساحل آرام باشد، احتمال اینکه در دو روز بعد ساحل طوفانی باشد چقدر است؟	۱/۵
جمع	موفق باشید	۲۰

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	$A = \{۲, ۴\}$ $B = \{-۳, -۱, ۱\}$ $A \times B = \{(۲, -۳), (۲, -۱), (۲, ۱), (۴, -۳), (۴, -۱), (۴, ۱)\}$ 	۲
۱۲	<p>الف) $P(A') = \frac{۳}{۴} \Rightarrow ۱ - P(A) = \frac{۳}{۴} \Rightarrow P(A) = ۱ - \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۴}$</p> <p>ب) $P(A \cup B) = \frac{۷}{۸} \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۷}{۸} \Rightarrow \frac{۱}{۴} + P(B) - \frac{۱}{۸} = \frac{۷}{۸} \Rightarrow P(B) = \frac{۳}{۴}$</p> <p>$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۸}$</p>	۱/۵
۱۳	<p>$B \subseteq A \Rightarrow A \cap B = B$ ①</p> <p>$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \stackrel{\text{①}}{=} P(A) - P(B)$ ②</p> <p>$P(A - B) \geq ۰ \stackrel{\text{②}}{\Rightarrow} P(A) - P(B) \geq ۰ \Rightarrow P(A) \geq P(B)$</p>	۱
۱۴	<p>$S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\} \Rightarrow P(S) = ۱ \Rightarrow P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱$ ①</p> <p> $\left. \begin{aligned} P(۱) &= ۱^x \times x \\ P(۲) &= ۲^x \times x \\ P(۳) &= ۳^x \times x \\ P(۴) &= ۴^x \times x \\ P(۵) &= ۵^x \times x \\ P(۶) &= ۶^x \times x \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(۱) + P(۲) + \dots + P(۶) = x + ۴x + ۹x + ۱۶x + ۲۵x + ۳۶x = ۹۱x$ ② </p> <p>① \wedge ② $\Rightarrow ۹۱x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۹۱}$</p> <p>$P(\{۲, ۳, ۵\}) = P(۲) + P(۳) + P(۵) = ۴x + ۹x + ۲۵x = ۳۸x = \frac{۳۸}{۹۱}$</p>	۱/۵
۱۵	<p>اگر پیشامد A را اول بودن دو تاس در نظر بگیریم و پیشامد B را زوج بودن مجموع دو تاس، داریم:</p> <p>$A = \{(۲, ۲), (۲, ۳), (۲, ۵), (۳, ۲), (۳, ۳), (۳, ۵), (۵, ۲), (۵, ۳), (۵, ۵)\}$</p> <p>$B = \{(۱, ۱), (۱, ۳), (۱, ۵), (۲, ۲), (۲, ۴), (۲, ۶), (۳, ۱), (۳, ۳), (۳, ۵), (۴, ۲), (۴, ۴), (۴, ۶), (۵, ۱), (۵, ۳), (۵, ۵), (۶, ۲), (۶, ۴), (۶, ۶)\}$</p> <p>$A \cap B = \{(۲, ۲), (۳, ۳), (۳, ۵), (۵, ۳), (۵, ۵)\}$</p> <p>$P(B A) = \frac{n(B \cap A)}{n(A)} = \frac{۵}{۹}$</p>	۱/۵
۱۶	<p>طبق قانون ضرب احتمال داریم:</p> <p>$P(\text{فردا طوفانی} \cap \text{فردا طوفانی}) = P(\text{فردا طوفانی}) \times P(\text{پس فردا طوفانی} \text{فردا طوفانی}) = \frac{۲۰}{۱۰۰} \times \frac{۴۰}{۱۰۰} = \frac{۸}{۱۰۰}$</p>	۱/۵
جمع	موفق باشید	۲۰